https://www.proconference.org/index.php/usc/article/view/usc14-01-002
DOI: 10.30888/2709-2267.2022-14-01-002

УДК 004.42:519.85

APPLICATION OF ELEMENTS OF GAME THEORY IN BANKRUPTCY OF AN ORGANIZATION

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ ІГОР ПРИ БАНКРУТСТВІ ОРГАНІАЦІЇ

Baranovska L.V. / Барановська Л.В.
c.ph.-m.s., as.prof. / к.ф.-м.н., доц.
ORCID: 0000-0003-0024-8180
Tishchenko A.E. / Тіщенко А.Є.
student / студент.
National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Prosp. Peremohy, 37, 03056
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Проспект Перемоги, 37, 03056

Анотація. *У роботі розглядається використання теорії кооперативних ігор при банкрутстві організації. Обговорюється особливість таких випадків та складності в розподілі ліквідаційної вартості організації між кредиторами, позивачами та заявниками. Представлено рішення ситуації банкрутства певної організації за допомогою побудови динамічної моделі.*

Ключові слова: *Кооперативні ігри, банкрутство, вектор Шеплі, динамічна модель, характеристична функція.*

Abstract. *The paper considers the possibility of using the theory of cooperative games and the rule of division in case of bankruptcy of the organization. The peculiarity of such cases and the complexity in the distribution of the liquidation value of the organization between creditors, plaintiffs and applicants are discussed. The solution to the bankruptcy situation of a certain organization is presented using the construction of a dynamic model.*

Key words: *Cooperative games, bankruptcy, Shapley vector, dynamic model, characteristic function.*

Вступ.

Банкрутство фірми – це довгий і дуже складний процес. Воно настає, коли компанія не може розплатитися за своїми боргами. Цьому сприяють різні причини – підприємство стало збитковим, фінансова криза призвела до того, що власники не в змозі повернути борги банкам та іншим кредиторам.

Успіх діяльності фірми породжується різними зовнішніми та внутрішніми чинниками, і, якщо вона веде цю діяльність неефективно, настає момент, коли її потрібно вивести з ринку. І тому виконується послідовність дій, однією з є оцінка ліквідаційної вартості. Після цього постає питання про розподіл цієї вартості між заявниками, кредиторами та позивачами, що призводить до великої кількості юридичних конфліктів. Ця проблема полягає в тому, що вартості фірми здебільшого недостатньо, щоб виплатити всі борги. Необхідно встановити найприйнятніші правила розподілу.

У літературі представлено ряд таких правил, які використовуються на практиці, але необхідно ці правила якось порівнювати між собою для визначення переваг та недоліків кожного з них. Найпоширеніше правило - правило пропорційності, у якому кошти між кредиторами розподіляються пропорційно вимогам. Але найчастіше цей поділ супроводжується великою кількістю суперечок між позивачами процедури банкрутства і тоді доводиться вдаватися до перегляду справ.

З іншого боку, мета розподілу – задовольнити потреби кредиторів, позивачів та заявників. А вони, в свою чергу, хочуть максимізувати свою частину виплат. Тож для вирішення цієї проблеми логічно використовувати математичне моделювання засобами теорії кооперативних ігор. Такі ігри моделюють ситуації, в яких учасники гри, об'єднуючись, можуть отримати додатковий прибуток.

Крім того, серйозним кроком у математичному моделюванні банкрутства фірм є розробка динамічних моделей, які враховують тимчасові витрати процесу, що розглядається. Якщо дослідити ліквідацію великих підприємств, можна помітити, що виплати боржникам відбуваються поетапно. Це може бути пов'язано з наявністю дочірніх фірм, дебіторськими заборгованостями, банківськими особливостями та іншими економічними факторами. Тоді необхідно розуміти, яку частину коштів потрібно виплачувати конкретному заявнику в кожний момент часу. Звідси надходить ідея використання теорії багатокрокових кооперативних ігор.

Теорія кооперативних ігор та її застосування.

Розглянемо моделювання ситуації банкрутства підприємства інструментами теорії кооперативних ігор. Цей метод має значення у різних галузях економічних наук. Він застосовується не тільки як вирішення загальногосподарських завдань, а й у дослідження стратегічних проблем ринків, галузей, підприємств, систем управлінського обліку, і форм стимулювання ефективної діяльності. За допомогою теорії ігор менеджмент підприємства отримує можливість передбачити ходи своїх партнерів та конкурентів.

Перед побудовою моделі необхідно згадати низку базових понять.

Під грою ми розумітимемо процес, у якому беруть участь дві і більше сторін, які ведуть боротьбу реалізації своїх інтересів. Нехай умови гри допускають спільні дії та перерозподіл виграшу. Головне завдання дослідження – це оптимальний розподіл благ між членами об'єднання.

Нехай N = {1, 2, ..., n} - це множина всіх гравців у рамках цієї моделі. Тоді будь-яку непорожню підмножину $S \subset N$ ми називатимемо коаліцією.

Під характеристичною функцією υ будемо розуміти функцію, яка для кожної можливої коаліції ставить у відповідність дійсне число. Для будь-яких двох непересічних коаліцій $T \subset N$ та $S \subset N$ виконується нерівність:

$$\upsilon(T) + \upsilon(S) \leq \upsilon(T \cup S)$$

Це означає, що коаліція $T \cup S$ має не менше можливостей, ніж дві коаліції, що не перетинаються, T і S, що діють поодинці.

Тоді кооперативною грою назвемо пару (N, υ) та визначимо її рішення. Найчастіше використовуються принципи оптимальності, такі як C-ядро, NM-рішення, вектор Шеплі. Але ми оберемо метод, який підходить для вирішення задачі справедливого розподілу і який гарантує єдиність рішення. Цей принцип вводиться аксіоматично.

Аксіоми Шеплі.

Аксіома 1. Якщо S - будь-який носій гри (N, υ), то виконується:

$$\sum_{i \in S} \varphi_i[\upsilon] = \upsilon(S).$$

Аксіома 2. Для будь-якої підстановки π і $\forall i \in N$ вірно:

$$\varphi_{\pi(i)}[\pi\upsilon] = \varphi_i[\upsilon].$$

Аксіома 3. Якщо (N, υ) и (N, u) - дві довільні кооперативні ігри, то:

$$\varphi_i[u + \upsilon] = \varphi_i[u] + \varphi_i[\upsilon].$$

Нехай φ - це функція, яка ставить у відповідність згідно з аксіомами Шеплі будь-якої гри (N, υ) вектор φ (υ). Тоді цей вектор називатимемо вектором Шеплі гри (N, υ).

Сформулюємо просте завдання повернення боргів кредиторам. Характеристичну функцію такої гри побудуємо виходячи з вже існуючих правил розподілу. Кожній коаліції поставимо у відповідність поступки кредиторів, які не входять до об'єднання, що розглядається. У разі коли поступка матиме негативне значення, поставимо нульове значення коаліції. Отже, отримуємо наступну характеристичну функцію:

$$\upsilon^{(d,E)}(S) = max\left\{E - \sum d_i, 0\right\}, i \in N \backslash S. \quad (1)$$

Приклад розподілу ліквідаційної вартості організації за допомогою побудови динамічної моделі.

Деяка будівельна компанія подала до суду на прийняття її банкрутом. Ліквідаційна вартість її становить 38041000 гривень. Вимоги позивачів, кредиторів та заявників рівні (13 787 000, 18 655 537, 37 530 244). Відомо, що грошова сума надходить на рахунок боржника у два етапи: продаж основного майна та повернення заборгованостей з боку іншої фірми. Таким чином, E = (E (t_1), E (t_2)) = (26801000, 11240000). Розрахуємо виплати трьом агентам за допомогою вищезгаданого кооперативного метода.

Крок 1. Розглянемо першу гру $\Gamma^1 = (N, \upsilon^{(d^1,E^1)})$, де вектор $d^1 = (13\,787\,000, 18\,655\,537, 37\,530\,244)$, а $E^1 = E(t_1) + E(t_2)$. Будуємо характеристичну функцію (табл. 1)

Таблиця 1 – Характеристична функція для кроку 1

Коаліція	Значення
$\upsilon(\emptyset)$	0
$\upsilon(\{1\})$	0
$\upsilon(\{2\})$	0
$\upsilon(\{3\})$	5 598 463
$\upsilon(\{1,2\})$	510 756
$\upsilon(\{1,3\})$	19 385 463
$\upsilon(\{2,3\})$	24 254 000
$\upsilon(\{1,2,3\})$	38 041 000

Розрахуємо вектор Шеплі

$$Sh_1^1 = \frac{1}{3}(-24254000) + \frac{1}{6}(510756 - 5598463) + \frac{1}{6}19385463 + \frac{1}{3}38041000 = 6\,978\,626.$$

$$Sh_2^1 = \frac{1}{3}(-19385463) + \frac{1}{6}(510756 - 5598463) + \frac{1}{6}24254000 + \frac{1}{3}38041000 = 9412894{,}5.$$

$$Sh_3^1 = \frac{1}{3}(510756 - 5598463) + \frac{1}{6}(19385463) + \frac{1}{6}24254000 + \frac{1}{3}38041000 = 21\,649479{,}5.$$

Вважаємо, що ми зробили виплати кожному кредитору, тобто. отримали вектор виплат $x^1 = (x_1^1, x_2^1, x_3^1)$. Чисельне значення вектора ми дізнаємося на наступному кроці. Але при побудові наступної гри врахуємо ці виплати та віднімемо їх із початкових вимог гравців.

Крок 2. Розглянемо гру Γ_2. Зменшуємо розподільну суму E_2 = $\mathrm{E}(t_2)$ та обчислюємо новий вектор вимог

$$d^2 = (13787000 - x_1^1, 18655537 - x_2^1, 37530244 - x_3^1).$$

Будуємо характеристичну функцію(табл. 2) та знаходимо вектор Шеплі:

Таблиця 2 – Характеристична функція для кроку 2

Коаліція	Значення
$\upsilon(\emptyset)$	0
$\upsilon(\{1\})$	0
$\upsilon(\{2\})$	0
$\upsilon(\{3\})$	0
$\upsilon(\{1,2\})$	-26 290 244 + x_3^1
$\upsilon(\{1,3\})$	-7 415 537 + x_2^1
$\upsilon(\{2,3\})$	-2 547 000 + x_1^1
$\upsilon(\{1,2,3\})$	11 240 000

$$Sh_1^2(x^1) = \frac{-2x_1^1 + x_2^1 + x_3^1}{6} - \frac{2043927}{2}.$$

$$Sh_2^2(x^1) = \frac{x_1^1 - 2x_2^1 + x_3^1}{6} - 1412305.$$

$$Sh_3^2(x^1) = \frac{x_1^1 + x_2^1 - 2x_3^1}{6} - \frac{21699317}{2}.$$

Складаємо різницю $Sh^1 - Sh^2(x^1) = x^1$, вирішуємо систему з трьох рівнянь із трьома невідомими:

$$x^1 = (7067500, 7067500, 12666000).$$

Отже, отримано виплати для кожного гравця у перший момент надходження.

Користуючись цим же алгоритмом, не складно розрахувати вектор виплат на другому кроці:

$$x^2 = (2239833\frac{1}{3}, 4500083\frac{1}{3}, 4500083\frac{1}{3})$$

Винесемо повне рішення багатокрокової гри та порівняємо його з результатами при однокроковому розподілі:

Таблиця 3 – Результати однокрокової та багатокрокової гри

Період виплати	Вектор виплат
t_1	(7 067 500, 7 067 500, 12 666 000)
t_2	(2 239 833.3, 4 500 083.3, 4 500 083.3)
Сумарна виплата	(9 307 333.3, 11 567 583.3, 17 166 083.3)
Однокрокова гра	(6 978 626, 9 412 894.5, 21 649 479.5)

Висновки.

На підставі проведеного дослідження можна зробити такі висновки.

Проблема розподілу коштів при банкрутстві підприємства є актуальною та активно обговорюється у літературі. У роботі зроблено аналіз чинних правил розподілу фіксованої суми серед позивачів, що висунули свої вимоги. Крім їх перерахування, розглянуто аксіоматичний метод порівняння.

Крім того, були розроблені багатокрокові теоретико-ігрові моделі, що враховують складність надходження коштів на рахунок боржника. Дані моделі ґрунтуються на принципі оптимальності – векторі Шеплі, який гарантує існування та єдиність рішення. На числовому прикладі показано, що такі моделі допомагають справедливо розподілити доступну суму кожному проміжку часу.

Література:

1. O'Neill A problem of rights arbitration from the Talmud // Mathematical Social Sciences , 2011. No 2. P. 345 – 371.

2. Gintis, H. Game heory Evolving. — Princenton : Princenton University Press, 2000.

3. Aumann R., Maschler M. E. Game theoretic analysis of a bankruptcy problem from the Talmud // Journal of Economic Theory, 1985.Vol. 36, No 1.P. 195 – 213.

4. Herrero C., Villar A. The three musketeers: four classical solutions to bankruptcy problems // Mathematical Social Sciences, 2001. Vol. 39, No 3. P. 307 – 328.

5. Петросян Л. А., Зенкевич Н. А., Шевкопляс Е. В. Теорія ігор.М.:БХВ-Петербург, 2014.- 423 с.

6. Thomson W. Axiomatic and Game-theoretic Analysis of Bankruptcy and Taxation Problems // Mathematical Social Sciences, 2003. Vol. 45, No 3. P. 249 – 280.

7. Guiasu S. Three ancient problems solved by using the game theory logic based on the Shapley value // Knowledge, Rationlity and Action, 2011. Vol. 181, No 1. P. 65 – 79.

8. Rebane G., Pearl J. The recovery of causal poly-trees from statistical data. *International journal of approximate reasoning*. 1988. №3. С. 175–182.

Стаття відправлена: 10.11.2022 р.