https://www.proconference.org/index.php/gec/article/view/gec32-00-019
DOI: 10.30890/2709-1783.2024-32-00-019

УДК 519.863

STUDY OF THE NUMERICAL CHARACTERISTICS OF A RANDOM VARIABLE - KURTOSIS

ДОСЛІДЖЕННЯ ЧИСЛОВОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИПАДКОВОЇ ВЕЛИЧИНИ – ЕКСЦЕС

Borysov Ye. M.
c.ph.m.s., as.prof./к.ф.-м.н., доц.
ORCID: 0000-0001-8273-8655
Melnyk O.O.
c.ph.m.s., as.prof.
ORCID: 0000-0002-4399-176X
Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman,
Kyiv, Beresteiska Avenue 54/1, 03057
Київський національний університет імені Вадима Гетьмана,
Київ, проспект Берестейський 54/1, 03057

Анотація. *В роботі було проведено дослідження числової характеристики випадкової величини – ексцес. Було розраховано ексцес та побудовано графіки функцій щільності розподілу ймовірностей для двох симетрично розподілених функцій – для розподілу Лапласа та для лінійної функції, що має вигляд рівнобедреного трикутника. Було показано, що так звану «гостровершинність» та «плосковершинність» функції щільності розподілу ймовірностей не можна однозначно визначити тільки по графіку відповідної функції.*

Ключові слова: *числова характеристика випадкової величини, ексцес, розподіл Лапласа, гостровершинність, плосковершинність.*

Abstract. *In the work, a study of the numerical characteristics of a random variable - kurtosis was conducted. The kurtosis was calculated and graphs of the density functions of the probability distribution were constructed for two symmetrically distributed functions - for the Laplace distribution and for a linear function that has the form of an isosceles triangle. It was shown that the so-called "sharp-peakedness" and "flat-peakedness" of the density function of the probability distribution cannot be uniquely determined only by the graph of the corresponding function.*

Key words: *numerical characteristic of a random variable, kurtosis, Laplace distribution, sharp-top, flat-top.*

Вступ.

Аналіз літератури показав, що в багатьох науково методичних посібниках чи інших теоретичних виданнях де використовується термін числової характеристики випадкової величини – ексцес в характеристиці цієї величини йдеться про так звані «гостровершинність» і «плосковершинність». Але, як буде показано нижче, зміст цих термінів залишається не зовсім зрозумілим, а в деяких випадках призводить до хибних висновків щодо визначення ексцесу або його знаку користуючись тільки графіками відповідних функцій щільності розподілу ймовірностей.

В якості характеристики ексцесу в роботі [2] використовують наступне означення: «ексцес є показником крутизни (загостреності) графіка статистичного розподілу у порівнянні з нормальним розподілом», а в роботі [3]: «для характеристики тільки ступеня гостровершинності закону розподілу використовується величина ексцес».

В роботі було розглянуто три функції щільності розподілу ймовірностей випадкової величини: нормального розподілу, розподілу Лапласа та функції, графік якої має форму рівнобедреного трикутника. В усіх випадках функції щільності розподілу мають симетричний розподіл з математичним сподіванням, що рівне нулю.

Для коректності зроблених висновків в даній роботі пропонується будувати графіки для випадку коли дисперсії для всіх трьох функцій однакові і дорівнюють одиниці.

Основний текст.

У роботі [1] було розглянуто графіки деяких симетрично розподілених функцій щільності розподілу. Зокрема функцій, що мають форму рівнобедреного трикутника і мають такий аналітичний вигляд:

$$f(x) = -b^2|x| + b, \quad -\frac{1}{b} \prec x \prec \frac{1}{b}. \tag{1}$$

Було розраховано, що ексцес в цьому випадку від'ємний і дорівнює $Es = -\frac{3}{5}$, що вказує на «плосковершинність» графіка щільності розподілу.

Зауважимо, що умова нормування для такої функції щільності розподілу виконується для будь-якого значення параметра b.

У випадку, коли дисперсія для даної функції розподілу дорівнює одиниці, параметр b приймає значення $b = \frac{1}{\sqrt{6}}$.

В даній роботі були проведені розрахунки для розподілу Лапласа (для випадку, коли математичне сподівання рівне нулю), функція щільності розподілу якого має такий вигляд:

$$f(x) = \frac{k}{2}e^{-k\cdot|x|}, \quad -\infty \prec x \prec \infty. \tag{2}$$

Зауважимо, що умова нормування виконується для будь-яких значень параметра k.

Було розраховано, що ексцес в цьому випадку додатний і дорівнює $Es = 3$, що вказує на «гостровершинність» графіка щільності розподілу.

Прирівнявши дисперсію до одиниці, знайдемо значення параметра $k = \sqrt{2}$.

У зв'язку з вищесказаним пропонується розглянути дві симетричні функції – криву розподілу Лапласа (2) і функцію (1) у порівнянні з кривою нормального розподілу, адже саме у порівнянні з цією кривою відповідно до означення визначається «гостровершинність» та «плосковершинність» інших кривих.

Побудуємо на одному рисунку графіки цих трьох функцій.

Аналізуючи криві, що зображені на рисунку, можна зробити висновок, що в порівнянні з кривою нормального розподілу (виділено зеленим) два інших графіка мають більш гостру вершину. Але числові розрахунки показали, що функція щільності розподілу (1) (жовта ламана лінія) має від'ємний ексцес, що вказує на її «плосковершинність». Ексцес для розподілу Лапласа (виділено синім) додатний, що вказує на «гостровершинність» функції і що не протирічить графічному зображенню.

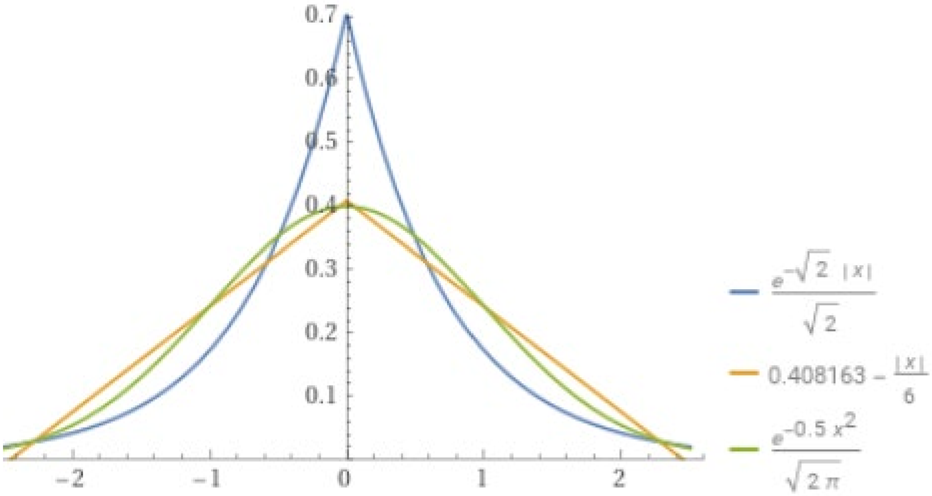

Рисунок 1

Авторська розробка

Висновки.

Були розглянуті дві симетричні функції щільності розподілу ймовірності – крива розподілу Лапласа і лінійна функція, що має вигляд рівнобедреного трикутника у порівнянні з кривою нормального розподілу. Було показано, що не завжди можна однозначно визначити знак ексцесу візуально (тільки по графіку відповідної функції).

Література:

1. Борисов Є.М., Борисова Л.Є. Про одну числову характеристику випадкової величини. –Київ: Науковий часопис, 2009, с. 24-31.

2. Мартиненко М.А., Нещадим О.М., Сафонов В.М. Теорія ймовірностей і математична статистика: Підручник. Ч.II — К.:ЦП «КОМПРИНТ», 2013, - 278 с.

3. Самойленко М.І., Кузнєцов А.І., Костенко О.Б. Теорія ймовірностей: Підручник. – Харків: ХНАМГ, 2008. – 194 с.

Статья отправлена: 19.04.2024 р.