

УДК 004.2

MATHEMATICAL MODEL OF THE UAV MOTOR FOR REAL TIME SIMULATION

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ГВИНТОМОТОРНОЇ УСТАНОВКИ БПЛА ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ В РЕАЛЬНОМУ МАСШТАБІ ЧАСУ

Larkov S. / Ларьков С.М.

к.т.н.

ORCID: 0000-0003-1180-252X

37, Prospect Beresteiskyi (former Peremohy), Kyiv, Ukraine, 03056
Україна, 03056, м.Київ-56, Берестейський проспект (Перемоги), 37

Анотація. В роботі розглядається побудова швидкорозрахункової математичної моделі гвинтомоторної установки БПЛА для моделювання польоту в реальному масштабі часу.

Ключевые слова: БПЛА, моделювання, двигун постійного струму, гвинтомоторна установка

Abstract. The paper describes the development of a fast computational mathematical model of a UAV propeller installation for flight simulation in real time.

Key words: UAV, modeling, DC motor, propeller

Вступ

Розробка швидкорозрахункової матмоделі проводиться метою отримання вихідних даних для побудови стенду імітаційного моделювання польоту БПЛА. З урахувань необхідності розпаралелювання задачі КММ, висувуються наступні вимоги до матмоделі:

1. отримання рішень рівнянь динаміки в квадратурах;
2. мінімізація зворотніх зв'язків.

Існуючі математичні моделі [1] мають в своєму складі контури зворотнього зв'язку, що вимагає додаткових обчислень та обмежують їхнє використання для розрахунків в режимі реального масштабу часу.

Опис ГМГ та її матмоделі

Гвинтомоторна група (ГМГ) більшості сучасних БПЛА будується на основі безколекторних двигунів постійного струму (BLDC), контролера обертів та живиться від літій-полімерних акумуляторних батарей.

Матмодель гвинту базується на загальних принципах теорії гвинту [2]. Відносна поступ гвинта (Advance Ratio) J може бути розрахована як:

$$J = \frac{V}{n/60 \cdot P_{prop}} = \frac{2\pi V}{P_{prop} \omega_{prop}}; \quad (1)$$

де: V – швидкість польоту, м/с;

n – оберти пропелера, хв^{-1} ;

ω_{prop} – кутова швидкість обертання пропелера, с^{-1} ;

P_{prop} – шаг пропелера, м.

Тоді тяга та обертальний момент гвинта може бути обраховані як:

$$F_{prop} = C_t \cdot \rho_v \cdot \left(\frac{n}{60}\right)^2 D_{prop}^4 = \frac{1}{4\pi^2} \cdot C_t \cdot \rho_v \cdot \omega_{prop}^2 \cdot D_{prop}^4; \quad (2)$$

$$M_{prop} = \frac{C_p \cdot \rho_v \cdot \left(\frac{n}{60}\right)^3 D_{prop}^5}{\omega_{prop}} = \frac{C_p \cdot \rho_v \cdot \left(\frac{\omega_{prop}}{2\pi}\right)^3 D_{prop}^5}{\omega_{prop}} = \frac{1}{8\pi^3} \cdot C_p \cdot \rho_v \cdot \omega_{prop}^2 \cdot D_{prop}^5; \quad (3)$$

де: C_t – коефіцієнт тяги;

C_p – коефіцієнт потужності;

ρ_v – густина повітря, кг/м³;

D_{prop} – діаметр пропелеру, м.

Апроксимуючи коефіцієнти тяги C_t та споживаної потужності C_p степеневим багаточленом:

$$C_t = \sum_{i=0}^{k1+1} a_{ti} \cdot J^i; \quad (4)$$

$$C_p = \sum_{i=0}^{k2+1} a_{pi} \cdot J^i; \quad (5)$$

де: $k1, k2$ – порядок полінома для апроксимації коефіцієнту тяги та коефіцієнту потужності відповідно;

a_{ti}, a_{pi} – коефіцієнти апроксимаційних багаточленів,

перетворимо їх у явну форму залежності від визначальних параметрів польоту та режиму роботи двигуна:

$$C_t = \sum_{i=0}^{k1+1} \left[\left(\frac{2\pi}{P_{prop}} \right)^i a_{ti} \right] \frac{V^i}{\omega_{prop}^i}; \quad (6)$$

$$C_p = \sum_{i=0}^{k2+1} \left[\left(\frac{2\pi}{P_{prop}} \right)^i a_{pi} \right] \frac{V^i}{\omega_{prop}^i}; \quad (7)$$

Обозначивши коефіцієнти

$$b_{ti} = \left(\frac{2\pi}{P_{prop}} \right)^i a_{ti}; \quad (8)$$

$$b_{pi} = \left(\frac{2\pi}{P_{prop}} \right)^i a_{pi}; \quad (9)$$

отримаємо тягу та момент гвинта у вигляді явної формули:

$$F_{prop} = \rho_v \frac{D_{prop}^4}{4\pi^2} \cdot \left(\sum_{i=0}^{k1+1} b_{ti} V^i \omega_{prop}^{2-i} \right); \quad (10)$$

$$M_{prop} = \rho_v \frac{D_{prop}^5}{8\pi^3} \cdot \left(\sum_{i=0}^{k2+1} b_{pi} V^i \omega_{prop}^{2-i} \right). \quad (11)$$

Перемикання обмоток BLDC при його обертанні здійснюється за рахунок електронного коммутатора, розташованого в Electronic Speed Controller (ESC) і, таким чином, моделюванню підлягає система ESC+BLDC.

Алгоритм роботи ESC по управлінню струмом в обмотках BLDC можливо розділити на дві складових:

1. сигналу управління режимом роботи двигуна відповідає скважність сигналу ШІМ напруги на обмотках якоря;
2. перемикання напругу струму в фазах обмотки здійснюється на основі сигналу зворотної ЕРС в невідключеній фазній обмотці.

З урахуванням цих зауважень, для побудови моделі системи ESC+BLDC можливо застосувати модель звичайного двигуна постійного струму (DC motor) зі збудженням від постійних магнітів, який працює від керованого джерела напруги (модель ESC).

Модель ESC може бути представлена у вигляді:

$$U_M = S_M \cdot U_0; \quad (12)$$

де: S_M – скважність сигналу управління двигуном;

U_0 – напруга джерела живлення.

Модель роботи двигуна будується на основі основних співвідношень:

$$U_M = I_{\text{я}} R_{\text{я}} + L_{\text{я}} \frac{dI_{\text{я}}}{dt} + k_{\text{дв}} \cdot \Phi_{\text{дв}} \cdot \omega_{\text{дв}}; \quad (13)$$

де: $R_{\text{я}}$ – опір ланцюга якоря;

$L_{\text{я}}$ – індуктивність ланцюга якоря;

$k_{\text{дв}} = \frac{p \cdot N}{2\pi \cdot a}$ – конструктивний коефіцієнт якоря;

p – число пар полюсів;

N – число активних провідників;

a – число паралельних гілок обмотки якоря;

$\Phi_{\text{дв}}$ – магнітний потік в двигуні;

$\omega_{\text{дв}}$ – кутова швидкість обертання двигуна.

Представимо ЕРС обмотки $E = k_{\text{дв}} \cdot \Phi_{\text{дв}} \cdot \omega_{\text{дв}}$ через кількість обертів на 1 В проти-ЕРС (K_V):

$$\frac{n_{\text{дв}}}{K_V} = k_{\text{дв}} \cdot \Phi_{\text{дв}} \cdot \omega_{\text{дв}} \quad (14)$$

та визначимо коефіцієнт через паспортні дані двигуна

$$k_{\text{дв}} \cdot \Phi_{\text{дв}} = \frac{60}{2\pi \cdot K_V} \quad (15)$$

Індуктивність якорного ланцюга визначимо як:

$$L_{\text{я}} = \gamma \frac{U_{\text{н}}}{I_{\text{н}} p_{\text{н}} \omega_{\text{н}}} \quad (16)$$

де: $\gamma = 0.6$ – коефіцієнт для двигунів без компенсаційної обмотки;

$p_{\text{н}}$ – кількість пар полюсів;

н – індекс, який відносить до номінальних параметрів двигуна.

Тоді модель струму можна представити у вигляді:

$$L_{\text{я}} \frac{dI_{\text{я}}}{dt} = U_{\text{М}} - I_{\text{я}} R_{\text{я}} - \frac{60}{2\pi \cdot K_{\text{V}}} \cdot \omega_{\text{дв}} \quad (16)$$

Модель руху якоря визначимо у вигляді:

$$I_{\text{МП}} \frac{d\omega_{\text{дв}}}{dt} = K_{\text{М}} \cdot I_{\text{я}} - M_{\text{проп}} - M_{\text{с}}, \quad (17)$$

де: I – момент інерції ротора двигуна (з урахуванням додаткового моменту інерції під'єднаних частин – пропелеру);

$K_{\text{М}} = k_{\text{дв}} \Phi_{\text{дв}}$ – коефіцієнт моменту двигуна;

$M_{\text{проп}}$ – момент пропелеру;

$M_{\text{с}} = M_{\text{т}} + m_{\text{в}} \omega_{\text{дв}}$ – момент опору від сил сухого та в'язкого тертя,

обраховуються з урахуванням струму холостого ходу та ККД двигуна.

Представляючи момент пропелеру у вигляді

$$M_{\text{проп}} = \left(\frac{1}{8\pi^3} \cdot C_{\text{р}} \cdot \rho_{\text{в}} \cdot D_{\text{проп}}^5 \right) \cdot \omega_{\text{проп}}^2 = K_{\text{проп}} \cdot \omega_{\text{проп}}^2, \quad (18)$$

модель руху якоря можна представити у вигляді:

$$I_{\text{МП}} \frac{d\omega_{\text{дв}}}{dt} = K_{\text{М}} \cdot I_{\text{я}} - K_{\text{проп}} \cdot \omega_{\text{проп}}^2 - M_{\text{с}}, \quad (19)$$

де: $K_{\text{проп}} = K_{\text{проп}}(\rho_{\text{в}}, V, \omega_{\text{проп}})$ - коефіцієнт моменту пропелеру.

З урахуванням того факту, що вищенаведена модель, яка описує рух двигуна постійного струму з збудженням від постійних магнітів та живленням від регульованого джерела напруги, який працює з пропелером, є наближенням реальної системи ESC+BLDC+Prop, потрібно провести ідентифікацію моделі. В ході експериментальних досліджень з'ясовано, що в якості ідентифікаційних параметрів доцільно встановити коефіцієнти K_{V} та $K_{\text{М}}$ як функції струму через обмотку.

Синтез системи рівнянь матмоделі ГМГ

Рішення диференціальних рівнянь руху двигуна можливо вести операторним методом. Вважаючи постійними $K_{\text{М}}$, K_{V} маємо:

$$L_{\text{я}} \frac{dI_{\text{я}}}{dt} = U_{\text{М}} - I_{\text{я}} R_{\text{я}} - \frac{60}{2\pi \cdot K_{\text{V}}} \cdot \omega_{\text{дв}} \quad (20)$$

Після застосування перетворення Лапласа маємо передавальну функцію

$$\frac{I_{\text{я}}(s)}{U_{\text{М}}(s)} = \frac{1}{(L_{\text{я}}s + R_{\text{я}})} \left(1 - \frac{60}{2\pi \cdot K_{\text{V}}} \cdot \frac{\omega_{\text{дв}}(s)}{U_{\text{М}}(s)} \right); \quad (21)$$

Модель руху якоря визначимо, нехтуючи моментом сухого тертя, у вигляді:

$$I_{\text{МП}} \frac{d\omega_{\text{дв}}}{dt} = K_{\text{М}} \cdot I_{\text{я}} - M_{\text{проп}}, \quad (22)$$

Та відповідно після застосування перетворення Лапласа маємо:

$$I_{\text{МП}} s \omega_{\text{дв}}(s) = K_{\text{М}} \cdot I_{\text{я}}(s) - K_{\text{проп}} \cdot \omega_{\text{дв}}(s)^2.$$

Цим рівнянням відповідає наступна структурна схема:

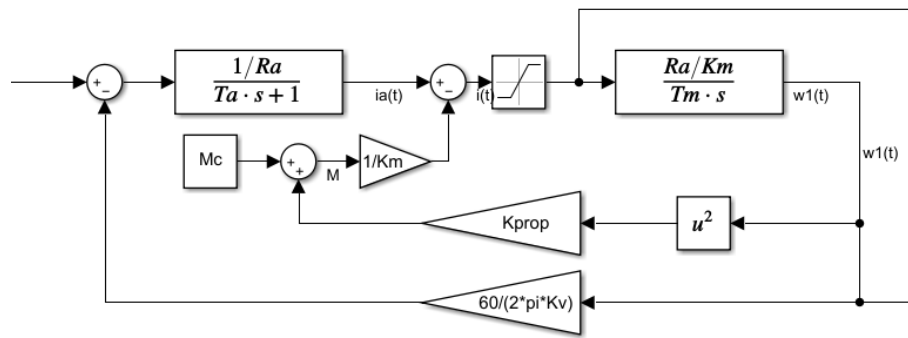


Рисунок 1 – Структурна схема моделі ГМГ

Ця модель нелінійна внаслідок наявності ланки $K_{prop} \cdot \omega_{дв}(s)^2$, а тому лінеарізуємо її, для чого введемо коефіцієнт $K_{\omega} = K_{prop} \cdot \omega_{дв}$ та отримаємо передавальну функцію обертів по струму:

$$\frac{\omega_{дв}(s)}{I_{я}(s)} = \frac{K_M}{(J_{МП} s + K_{\omega})} \tag{23}$$

Нарешті, отримаємо передавальну функція обертів від напруги як:

$$\frac{\omega_{дв}(s)}{I_{я}(s)} \cdot \frac{I_{я}(s)}{U_M(s)} = \frac{K_M}{(J_{МП} s + K_{\omega})} \cdot \frac{1}{(L_{я} s + R_{я})} \left(1 - \frac{60}{2\pi \cdot K_V} \cdot \frac{\omega_{дв}(s)}{U_M(s)} \right) \tag{24}$$

та після перетворювань маємо:

$$\frac{\omega_{дв}(s)}{U_M(s)} = \frac{K_M}{J_{МП} L_{я} s^2 + (K_{\omega} L_{я} + J_{МП} R_{я}) s + K_{\omega} R_{я} + \frac{60 K_M}{2\pi \cdot K_V}} \tag{25}$$

Нарешті, можливо отримати передавальну функція струму якоря у вигляді:

$$\frac{I_{я}(s)}{U_M(s)} = \frac{K_M}{J_{МП} L_{я} s^2 + (K_{\omega} L_{я} + J_{МП} R_{я}) s + K_{\omega} R_{я} + \frac{60 K_M}{2\pi \cdot K_V}} \tag{26}$$

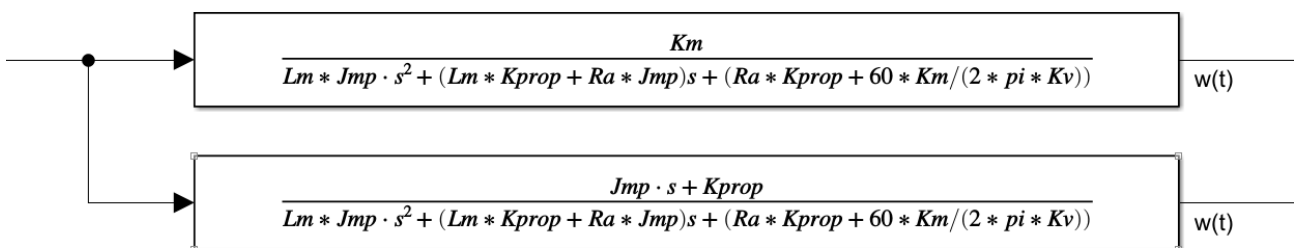


Рисунок 2 – Структурна схема швидкорозрахункової моделі ГМГ

Висновки

В роботі розглянуто рівняння руху гвинтомоторної установки з двигуном постійного струму. Отримано співвідношення математичної моделі, які в явному вигляді представляють залежність основним параметрів від зміни керуючого впливу в часі.

Отримана математична модель не містить ланків зворотнього зв'язку та може бути рекомендована для застосування при автоматичному розпаралеленні засобами Matlab.

Литература:

1. В.Н. Поляков , Р.Т. Шрейнер Математические модели двигателей постоянного тока для задач управления: Учебное пособие /В.Н. Поляков, Р.Т. Шрейнер. Екатеринбург: УГТУ, 1999. 161 с. ISBN 5-230-06585-0
2. UIUC Propeller Data Site /John B. Brandt, Robert W. Deters, Gavin K. Ananda, Or D. Dantsker, and Michael S. Selig. Режим доступа: <https://m-selig.ae.illinois.edu/props/propDB.html> (дата звернения 20.10.2023 г.)

© Ларьков С.М.